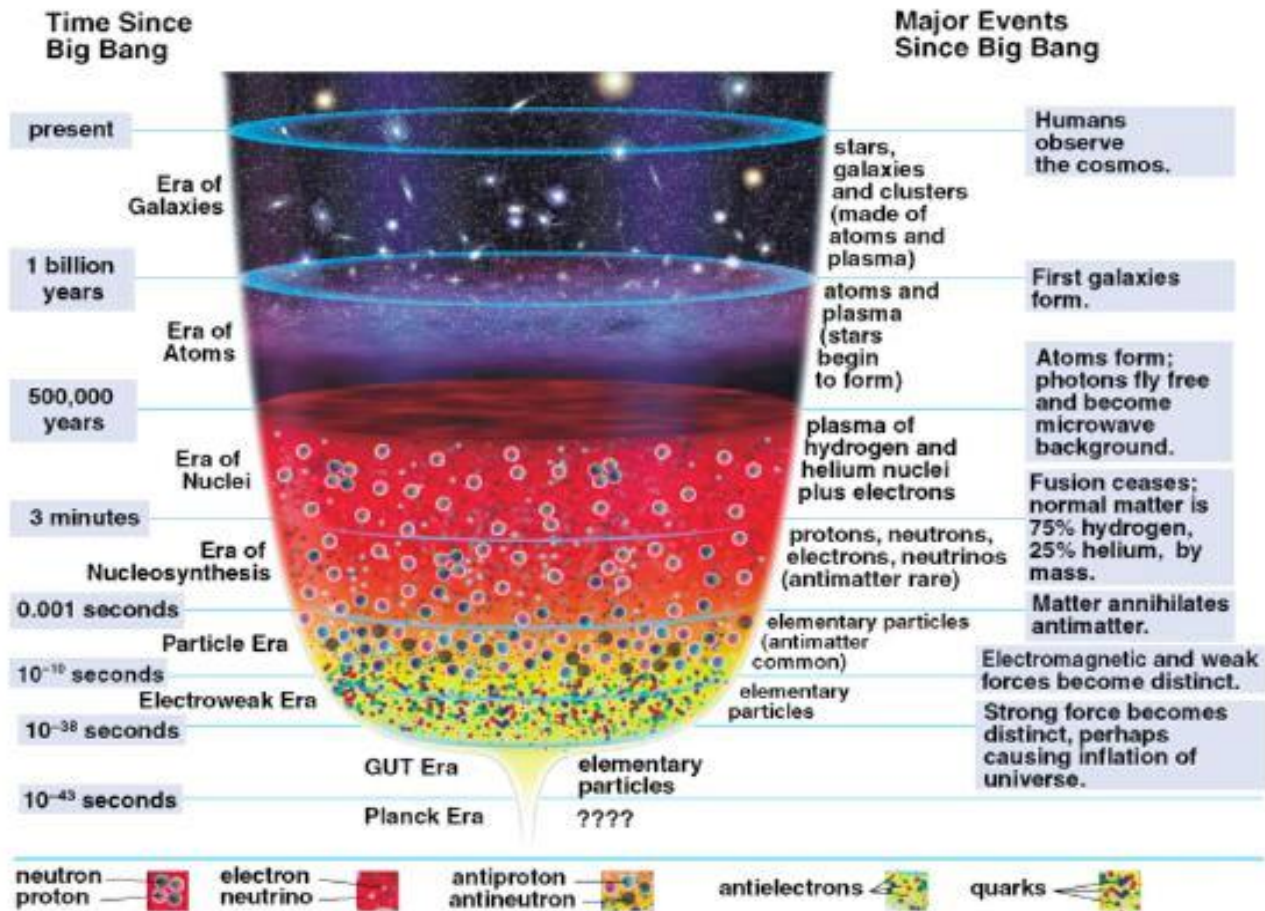


LA NUCLEOSINTESI PRIMORDIALE



Referenze

- E. Kolb e M. Turner “The early Universe”
- T. Padmanabhan “Theoretical Astrophysics - Volume III: Galaxies and Cosmology”
- Lezioni di Steigman:
<http://nedwww.ipac.caltech.edu/level5/March04/Steigman/frames.html>
- Particle data book (sezione astrofisica e cosmologia):
http://pdg.lbl.gov/2008/reviews/contents_sports.html

Argomenti trattati

- Cenni di cosmologia (Principio Cosmologico, Legge di Hubble, Universi di Friedmann)
- Gas di particelle (caso relativistico e caso non relativistico)
- Termodinamica nell'Universo primordiale
- Protoni e neutroni in equilibrio statistico
- Temperatura di freeze-out delle interazioni deboli
- Sintesi del deuterio
- Sintesi dell'elio-4
- Sintesi degli altri elementi leggeri
- Materia barionica nell'Universo
- Confronto con i dati sperimentali di WMAP.

La nucleosintesi in breve 1

- La nucleosintesi primordiale (BBN) è la fase dell'evoluzione cosmica durante la quale si formano i nuclei di alcuni elementi leggeri, in particolare D, ^3He , ^4He e ^7Li .
- Particolarmente importanti sono il D e il ^4He perché non ci sono processi astrofisici che possano produrre le quantità osservate.
- Le quantità di elementi prodotti sono in ottimo accordo con i dati sperimentali, nonostante il grande spread di valori (si va da $^4\text{He}/\text{H} \approx 0.08$ a $^7\text{Li}/\text{H} \approx 10^{-10}$).
- La BBN ha luogo quando l'universo ha qualche minuto di età (da 3 a 20 minuti circa). Questo fa sì che non vengano prodotti elementi più pesanti del berillio e allo stesso tempo sopravvivano elementi molto leggeri (ad es. il deuterio).

La nucleosintesi in breve 2

- I fattori che ne influenzano l'evoluzione sono la densità di barioni e il tasso di espansione (o energia) dell'universo.
- Costituisce il test più "antico" dell'universo considerato attendibile in quanto basato su fisica del modello standard.
- Consente una verifica del modello standard cosmologico.
- Consente di mettere dei forti limiti sulla fisica oltre il modello standard delle particelle elementari.
- In particolare dopo WMAP, è possibile il confronto con lo spettro della radiazione cosmica di fondo (CMBR), risalente a circa 380 000 anni dopo.

Cenni storici

- 1940: Gamow, Alpher and Herman: per produrre cosmologicamente gli elementi presenti nell'universo, proposero che l'universo primordiale fosse caldo e denso (in analogia con un reattore nucleare).
- 1948: Alpher and Herman predissero l'esistenza della radiazione cosmica di fondo (CMB o CMBR o CBR).
- Primavera 1964: Doroshkevic e Novikov proposero il primo apparato sperimentale per rilevarne l'esistenza (radiometro di Dicke).
- 1965: Osservazione della CMB da parte di Penzias e Wilson presso i laboratori della compagnia telefonica Bell.

SEZIONE 1: CENNI DI COSMOLOGIA

**(questi argomenti sono trattati in dettaglio
nel corso del prof. Dolgov “Relatività
generale e cosmologia”)**

La legge di Hubble

- A cavallo tra gli anni '20 e gli anni '30 l'astronomo E. Hubble osservò che l'universo è in espansione.
- Nel 1929 formulò la legge che ne porta il nome: le galassie si allontanano alla velocità $v=Hr$ dove v è la velocità di allontanamento e r è la distanza dalla Terra. H è la costante di Hubble, il cui valore è circa 70 km/s Mpc (1 pc = 3 anni-luce).
- (Il reciproco della costante di Hubble H^{-1} dà una misura indicativa dell'età dell'universo, $\approx 10^{10}$ anni.)
- L'espansione dell'universo è una delle conseguenze del modello cosmologico standard, basato sulla teoria della relatività generale.

Il “modello standard” cosmologico 1

- Si basa sull'elaborazione fisico-matematica della teoria della RG di Einstein. La sua formulazione precede di qualche anno le osservazioni di Hubble.
- La RG collega il contenuto di energia dell'universo alla sua geometria. In linea di principio è valida per qualunque distribuzione di energia.
- Principio cosmologico, ovvero la versione moderna del principio copernicano: esiste un sistema di riferimento in cui l'Universo è omogeneo ed isotropo nelle coordinate spaziali. Si può applicare al nostro universo su grandi scale (> 100 Mpc).
- Universo omogeneo = Non esistono posizioni privilegiate.
- Universo isotropo = Non esistono direzioni privilegiate.

Il “modello standard” cosmologico 2

- Grazie al principio cosmologico possiamo descrivere la geometria e l'evoluzione dell'universo in funzione di due soli parametri:
 1. k , ovvero il parametro di curvatura;
 2. $a(t)$ o $R(t)$, ovvero il fattore di scala.
- Il fattore di scala è legato alla costante di Hubble dalla relazione:

$$H(t) = \frac{1}{a(t)} \frac{da(t)}{dt}$$

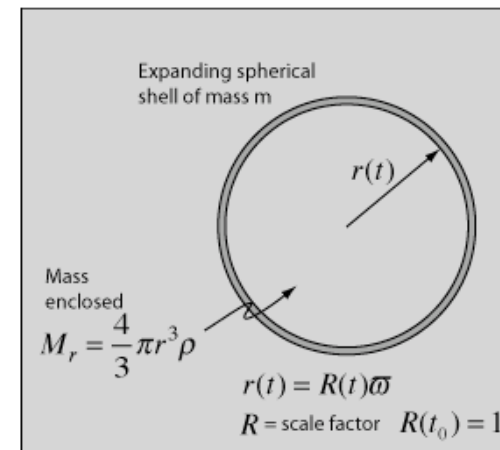
L'equazione di Friedmann

Consideriamo l'energia totale della buccia sferica:

$$E_{shell} = -\frac{1}{2}mk\frac{r^2}{a^2} = T + U = \frac{1}{2}mv(t)^2 - \frac{GmM_r}{r(t)}$$

dalla quale, utilizzando la legge di Hubble, si ricava l'equazione di Friedmann:

$$H^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho - \frac{k}{a^2} \quad 1)$$



dove ρ è la densità di energia. Considerando il I principio della termodinamica (o equazione di Bianchi)

$$\frac{d}{dt}(\rho a^3) = -P \frac{d}{dt}(a^3) \quad 2)$$

abbiamo un sistema di due equazioni per tre incognite (a, P, ρ). Quindi, se conosciamo l'equazione di stato del fluido, possiamo almeno in linea di principio risolvere il sistema.

SEZIONE 2: TERMODINAMICA

Funzione di distribuzione

La funzione di distribuzione di un gas di particelle i non interagenti all'equilibrio è:

$$f_i(q) = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \frac{1}{\exp\left[\frac{\varepsilon(q) - \mu_i}{T_i}\right]_{\pm 1}}$$

g_i è il numero di gradi di libertà interni (numero di stati di spin), T_i la temperatura, μ_i il potenziale chimico ed il segno $+$ è per un gas di fermioni mentre quello $-$ per uno di bosoni

Si hanno due parametri liberi, la temperatura ed il potenziale chimico
Il numero di gradi di libertà interni dipende dalla particella i

Gas di particelle

Il numero di particelle con posizione r nel volume infinitesimo d^3r ed impulso centrato in q ed intorno d^3q si può calcolare dalla funzione di distribuzione $f(r,q)$ come

$$f(\vec{r}, \vec{q}) d^3r d^3q$$

L'ipotesi di universo omogeneo implica $f(r,q) = f(q)$ mentre in un universo isotropo si ha $f(q) = f(|q|)$

Densità di energia

$$\rho = \int \varepsilon(q) f(q) d^3q$$

$$\varepsilon(q) = \sqrt{m^2 + q^2}$$

Pressione

$$P = \int \frac{q^2}{3\varepsilon(q)} f(q) d^3q$$

Equazioni di stato

Caso relativistico
(radiazione)

$$\varepsilon(q) = q$$

$$\Rightarrow \rho = \int q f(q) d^3 q \quad P = \int \frac{q}{3} f(q) d^3 q$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{3} \rho$$

Caso non relativistico
(polvere)

$$\varepsilon(q) = m + \frac{q^2}{2m} \approx m$$

$$\Rightarrow \rho = \int \left(m + \frac{q^2}{2m} \right) f(q) d^3 q \quad P = \int \frac{q^2}{3m} f(q) d^3 q$$

$$\Rightarrow P \ll \rho \quad \Rightarrow P = 0$$

Gas di particelle relativistiche

$$\rho = \int q f(q) d^3 q = \frac{g}{(2\pi)^3} \int \frac{q d^3 q}{\exp\left[\frac{q}{T}\right] \pm 1}$$

$$x \equiv \frac{q}{T} \quad \Rightarrow \quad \rho = \int q f(q) d^3 q = \frac{g}{2\pi^2} T^4 \int_0^{+\infty} \frac{x^3 dx}{\exp x \pm 1}$$

$$\rho_R^{FERMIONI} = \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} g T^4 \quad \rho_R^{BOSONI} = \frac{\pi^2}{30} g T^4$$

Allo stesso modo

$$n = \int f(q) d^3 q = \frac{g}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 q}{\exp\left[\frac{q}{T}\right] \pm 1}$$

$$n_R^{FERMIONI} = \frac{3}{4} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 \quad n_R^{BOSONI} = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 \quad \zeta(3) = 1.20206..$$

$$s(T) = \frac{P + \rho - n\mu}{T} = \frac{2\pi^2}{45} g T^3$$

Gas di particelle non relativistiche

$$\rho = \int mf(q)d^3q = \frac{g}{(2\pi)^3} \int \frac{md^3q}{\exp\left[\frac{m + q^2/2m - \mu}{T}\right] \pm 1}$$

$$\exp\left[\frac{m + q^2/2m - \mu}{T}\right] \gg 1 \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{gm}{(2\pi)^3} \exp\left[-\frac{m - \mu}{T}\right] \int \exp\left[-\frac{q^2}{2mT}\right] d^3q$$

$$\int_0^{+\infty} \exp[-\alpha^2 x] dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$\rho_{NR} = gm \left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{m - \mu}{T}\right]$$

$$n = \int f(q)d^3q \quad \Rightarrow \quad n_{NR} = \frac{\rho_{NR}}{m} = g \left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{m - \mu}{T}\right]$$

$$s(T) = \frac{P + \rho - n\mu}{T} = \frac{2\pi^2}{45} \frac{7}{8} g T^3$$

Equazioni dell'evoluzione dell'Universo (1)

Il primo principio della termodinamica (o identità di Bianchi) implica

$$\frac{d}{dt}(a^3 \rho) = -P \frac{d}{dt} a^3$$

Universo dominato dalla radiazione

$$\frac{d}{dt}(a^3 \rho) = -\frac{1}{3} \rho \frac{d}{dt} a^3 \quad \rightarrow \quad \rho \frac{d}{dt} a^3 + a^3 \frac{d}{dt} \rho = -\frac{1}{3} \rho \frac{d}{dt} a^3$$

$$\frac{4}{3} \frac{1}{a^3} \frac{d}{dt} a^3 = -\frac{1}{\rho} \frac{d}{dt} \rho \quad \rightarrow \quad \frac{d}{dt} \ln a^4 = -\frac{d}{dt} \ln \rho$$

$$\frac{d}{dt} \ln(a^4 \rho) = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho_R \propto \frac{1}{a^4}$$

Universo dominato dalla materia

$$\frac{d}{dt}(a^3 \rho) = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho_{NR} \propto \frac{1}{a^3}$$

Equazioni dell'evoluzione dell'Universo (2)

Nel nostro Universo abbiamo una componente relativistica (fotoni) ed una componente non relativistica (DM, protoni e neutroni)

$$\frac{\rho_{NR}}{\rho_R}(t) \propto a(t) \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho_{NR}}{\rho_R}(t_{BBN}) = \frac{a(t_{BBN})}{a(t_0)} \cdot \frac{\rho_{NR}}{\rho_R}(t_0)$$

$$\frac{\rho_{NR}}{\rho_R}(t_0) \approx 10^4 \quad \frac{a(t_{BBN})}{a(t_0)} \approx 10^{-8} \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho_{NR}}{\rho_R}(t_{BBN}) \approx 10^{-4}$$

Quindi all'epoca della BBN l'universo è dominato dalla componente UR, per cui l'equazione di Friedmann durante la BBN ha la forma:

$$H^2 = \frac{8\pi G_N}{3} \rho_R$$

Il termine proporzionale alla curvatura dell'Universo è stato omissso perché è trascurabile durante la nucleosintesi (il CMBR ha mostrato che è trascurabile ancora oggi).

Equilibrio cinetico ed equilibrio chimico

Un gas di particelle i ed un gas di particelle j non interagenti fra loro avranno in generale temperature diverse. Se invece i due gas interagiscono e la velocità dei processi di interazione è maggiore della velocità di espansione dell'Universo i due gas avranno la stessa temperatura (equilibrio cinetico)

$$T_j = T_i$$

Se esistono processi di produzione e distruzione di particelle del tipo



ed il processo è rapido rispetto all'espansione dell'Universo, le concentrazioni delle particelle non sono indipendenti e si ha (equilibrio chimico)

$$\mu(A) + \mu(B) = \mu(C) + \mu(D)$$

Considerando processi tipo $e^+e^- \Rightarrow 2\chi$, $e^+e^- \Rightarrow 3\chi$, $e^+e^- \Rightarrow 4\chi, \dots$ all'equilibrio chimico, si deduce che il potenziale chimico dei fotoni è nullo (più in generale si può vedere che il potenziale chimico per particelle relativistiche può essere di solito trascurato) e quello delle particelle è uguale ma di segno opposto rispetto a quello delle rispettive antiparticelle.

Asimmetria materia-antimateria

Consideriamo un gas di protoni, antiprotoni e fotoni.

Se il potenziale chimico di protoni ed antiprotoni fosse nullo, allo scendere della temperatura avrei sempre meno particelle massive, fino di fatto alla loro estinzione

Un potenziale chimico non nullo introduce una asimmetria fra materia ed antimateria (la densità numerica delle particelle è diversa da quella delle antiparticelle). Al diminuire della temperatura protoni ed antiprotoni si annichilano e quando gli antiprotoni finiscono il numero di protoni si congela. Quindi i protoni non sono più in equilibrio e la loro densità numerica decresce come l'inverso del cubo del fattore di scala $a(t)$ (polvere).

Se il numero barionico totale dell'Universo è diverso da zero, non è possibile che tutti i potenziali chimici siano uguali zero perché in tal caso avrei una perfetta simmetria fra materia ed antimateria.

SEZIONE 3:

LA BBN

Espansione dell'Universo

Quando l'Universo ha una temperatura $T \approx 10$ MeV, nel contesto del Modello Standard (SM) si hanno

Particelle relativistiche: e^+ , e^- , ν_e , anti- ν_e , ν_λ , anti- ν_λ , ν_τ , anti- ν_τ ;

Particelle non relativistiche: p , n (le rispettive antiparticelle non esistono più).

A queste temperature la densità dell'energia dell'Universo è data con ottima approssimazione solo dalle particelle relativistiche. Quindi nell'equazione di Friedmann trascuro la materia non relativistica:

$$H = \sqrt{\frac{8\pi G_N}{3} \sum_i \rho_{iR}} = \sqrt{\frac{8\pi G_N}{3} g_* \frac{\pi^2}{30} T^4}$$

Il numero di gradi di libertà

Il contenuto di energia dell'universo viene solitamente parametrizzato mediante il numero di gradi di libertà g_* . Alla BBN

$$g_*^{SM}(T = 10 \text{ MeV}) = g_{\text{FOTONI}} + \frac{7}{8} [g_{\text{ELETTRONI}} + g_{\text{POSITRONI}} + N_{\text{FAMIGLIE}} (g_{\text{NEUTRINI}} + g_{\text{ANTINEUTRINI}})] = \\ = 2 + \frac{7}{8} [2 + 2 + 3 \cdot (1 + 1)] = 10.75$$

La velocità di espansione dell'Universo è determinata dal numero di tipi di particelle leggere. Quindi posso utilizzare la nucleosintesi per porre limiti sulle possibili estensioni dello SM

$$g_* = g_*^{SM} + \tilde{g}_*$$

Esempio:

$$g_*(T = 10 \text{ MeV}) = 10.75 + \frac{7}{4} (N_{\text{FAMIGLIE}} - 3)$$

Velocità reazioni vs espansione Universo

Velocità della reazione (probabilità per unità di tempo della reazione)

$$\Gamma = n\langle\sigma V\rangle$$

Velocità di espansione dell'Universo (Universo dominato dalla radiazione)

$$H(t) = \frac{1}{2t}$$

Condizione per l'equilibrio della reazione (tempi di interazione molto più piccoli della velocità di espansione dell'Universo)

$$\frac{\Gamma}{H}(t) \gg 1$$

Reazione fuori dall'equilibrio (tempi di interazione molto più lunghi della velocità di espansione dell'Universo)

$$\frac{\Gamma}{H}(t) \ll 1$$

Momento critico ("freeze-out" dell'interazione) $\frac{\Gamma}{H}(t) \approx 1$

Temperatura di freeze-out

$$\Gamma = n \langle \sigma V \rangle$$

$$n \propto T^3 \quad \sigma \propto G_F^2 E_{CM}^2 \propto G_F^2 T^2 \quad V \approx 1 \quad \Rightarrow \quad \Gamma \propto G_F^2 T^5$$

$$H = \sqrt{\frac{8\pi G_N}{3} \frac{\pi^2}{30} g_* T^2}$$

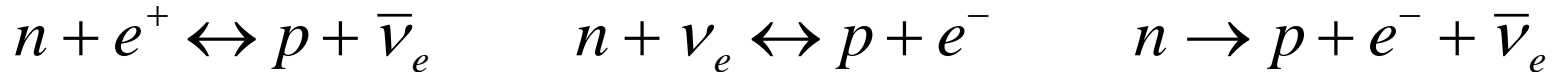
$$\frac{\Gamma}{H}(t_f) \approx \left(\frac{T_f}{1 \text{ MeV}} \right)^3 \sqrt{\frac{10.75}{g_*}} \approx 1 \quad \Rightarrow \quad T_f \approx 1 \text{ MeV}$$

Un calcolo più dettagliato porta a stimare la temperatura di freeze-out fra 0.8 e 0.7 MeV.

Ogni piccola variazione della temperatura di freeze-out può modificare in modo significativo le abbondanze successive perché questa temperatura è molto vicino al valore di Δm . Anche se la temperatura di freeze-out dipende debolmente da g_* , possiamo ottenere ugualmente limiti significativi.

Protoni e neutroni in equilibrio statistico

A $T \approx 10$ MeV neutroni e protoni sono all'equilibrio grazie alle reazioni deboli:



Quando $T \approx 0.8$ MeV le reazioni si “congelano” nel senso che la loro rate diventa più piccola dell'espansione dell'universo (vd slide precedente). Il rapporto tra le densità di neutroni e protoni in questo momento è dato dal valore di equilibrio:

$$\frac{n_n}{n_p} = \exp\left[\frac{\mu_n - m_n}{T} - \frac{\mu_p - m_p}{T}\right] = \exp\left[-\frac{\Delta m + \mu_{\nu e}}{T}\right]$$

$$\Delta m \equiv m_n - m_p = 1.29 \text{ MeV}$$

e può essere considerato approssimativamente costante per tutta la durata della BBN nonostante il decadimento del neutrone lo faccia diminuire leggermente.

Da notare che il rapporto tra numero di neutroni e protoni è sensibile ad un eventuale asimmetria leptonica.

Annichilazione degli elettroni

Quando $T \leq 1 \text{ MeV}$ la reazione $e^+ e^- \rightarrow \gamma \gamma$ fuori dall'equilibrio e gli elettroni si annichilano in fotoni. Quindi la loro entropia viene trasferita ai fotoni che di conseguenza diventano più caldi dei neutrini, già disaccoppiati:

$$S = \text{cost} \quad \Rightarrow \quad \frac{s_\nu(T_\nu)}{s_\gamma + s_{e^+} + s_{e^-}}$$

$$s_\nu(T_\nu) = \frac{2\pi^2}{45} \frac{7}{8} 6 \cdot T_\nu^3 \quad s_\gamma(T_\gamma) = \frac{2\pi^2}{45} 2 \cdot T_\gamma^3 \quad s_{e^\pm}(T_\gamma) = \frac{2\pi^2}{45} \frac{7}{8} 4 \cdot T_\gamma^3$$

$$\frac{\frac{7}{8} 6}{2 + \frac{7}{8} 4} = \frac{\frac{7}{8} 6 \cdot T_\nu^3}{2 \cdot T_\gamma^3} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_\nu}{T_\gamma} = \sqrt[3]{\frac{4}{11}}$$

Sintesi degli elementi (1)

L'abbondanza di neutroni è:

$$X_n(t < t_f) = \frac{n_n}{n_p + n_n} = \frac{1}{\frac{n_p}{n_n} + 1} = \frac{1}{\exp\left[\frac{\Delta m}{T}\right] + 1}$$

$$X_n(t > t_f) = X_n(t_f) \exp\left[-\frac{t}{\tau_n}\right] \quad \tau_n = 885.7 \text{ s}$$

Definiamo la frazione in massa di una specie: $X_A = \frac{n_A A}{n_N}$

$$X_A = g_A A^{\frac{5}{2}} 2^{\frac{3A-5}{2}} \zeta_3^{A-1} \pi^{\frac{1-A}{2}} \left(\frac{T}{m_N}\right)^{3\frac{A-1}{2}} \eta^{A-1} X_p^Z X_n^{A-Z} \exp\left(\frac{B_A}{T}\right)$$

dove η rappresenta il rapporto neutroni su fotoni: $\eta = n_B / n_\gamma$

e l'energia di legame è $B_A = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_p - m_A$ e assume valori che variano da 2.22 MeV (^2D) a 92.2 MeV (^{12}C). Questo corrisponde a energie di legame per nucleone da 1 a 8 MeV circa.

Sintesi degli elementi (2)

Siccome i fotoni sono UR, la loro densità in numero è proporzionale alla loro entropia. Quindi η è inversamente proporzionale all'entropia, il cui alto valore inibisce la produzione degli elementi fino a $T \approx 0.3 \text{ MeV}$, che è molto minore dell'energia di legame per nucleone b_A . Una stima della temperatura alla quale una specie diventa termodinamicamente favorita si può stimare imponendo $X_A \approx 1$, da cui, numericamente:

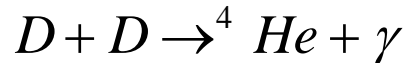
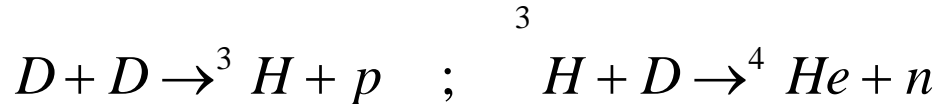
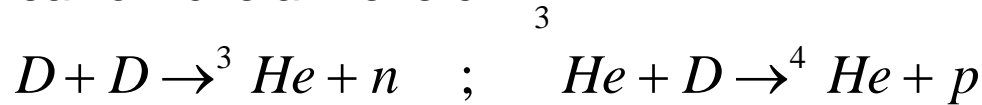
$$T_{2_D} = 0.07 \text{ MeV} \quad b_{2_D} = 1.11 \text{ MeV} \quad ; \quad T_{3_{He}} = 0.11 \text{ MeV} \quad b_{3_{He}} = 2.57 \text{ MeV}$$

$$T_{4_{He}} = 0.28 \text{ MeV} \quad b_{4_{He}} = 7.07 \text{ MeV} \quad ; \quad T_{12_C} = 0.25 \text{ MeV} \quad b_{12_C} = 7.68 \text{ MeV}$$

Al di sopra di T_A sono favoriti i nucleoni liberi. Da notare il “Deuterium bottleneck”: la temperatura di produzione del deuterio è molto bassa e su questo si basa la produzione di tutti gli elementi più pesanti (vd slide successiva).

Sintesi degli elementi (3)

La catena di reazioni che avviene è:



Abbiamo visto in precedenza il valore del rapporto neutroni su protoni al freezing; esso diminuisce ulteriormente quando avviene la BBN per effetto del decadimento del neutrone:

$$\frac{n}{p}(T_W) \approx \frac{1}{6} \quad \frac{n}{p}(T_N) \approx \frac{1}{7}$$

A $T < T_N \approx 0.1 \text{ MeV}$ le quantità di deuterio ed elio prodotte sono determinate dalle distribuzioni di equilibrio. Una stima approssimativa della quantità di ${}^4\text{He}$ prodotta si può ricavare assumendo che tutti i neutroni esistenti producano questo elemento:

$$X_{{}^4\text{He}} = \frac{4n_n/2}{n_n + n_p} = \frac{2\frac{n}{p}(T_N)}{1 + \frac{n}{p}(T_N)} \approx 0.25$$

Sintesi del deuterio (1)

Relazione fra tempo e temperatura in un Universo dominato dalla radiazione

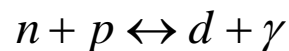
$$t = \frac{1}{2H} = \sqrt{\frac{45}{16\pi^3 G_N g_*}} \frac{1}{T^2} \approx \left(\frac{1 \text{ MeV}}{T} \right)^2 s$$

Abbondanza di neutroni

$$X_n(t < t_f) = \frac{n_n}{n_p + n_n} = \frac{1}{\frac{n_p}{n_n} + 1} = \frac{1}{\exp\left[\frac{\Delta m}{T}\right] + 1}$$

$$X_n(t > t_f) = X_n(t_f) \exp\left[-\frac{t}{\tau_n}\right] \quad \tau_n = 885.7 \text{ s}$$

Processo responsabile della formazione del deuterio



Sintesi del deuterio (2)

All'equilibrio chimico: $n + p \leftrightarrow d + \gamma \Rightarrow \mu_n + \mu_p = \mu_d + \mu_\gamma = \mu_d$

$$n_d = g_d \left(\frac{m_d T}{2\pi} \right)^{3/2} \exp\left[-\frac{m_d}{T}\right] \exp\left[\frac{\mu_n + \mu_p}{T}\right]$$

$$n_d = n_p n_n \frac{n_d}{n_p n_n} = n_p n_n \frac{g_d}{g_p g_n} \left(\frac{m_d}{m_p m_n} \right)^{3/2} \left(\frac{2\pi}{T} \right)^{3/2} \exp\left[\frac{m_p + m_n - m_d}{T}\right]$$

$$m_N \approx m_p \approx m_n \approx \frac{1}{2} m_d \quad B_d = m_p + m_n - m_d = 2.225 \text{ MeV}$$

$$n_d = n_p n_n \frac{g_d}{g_p g_n} 2^{3/2} \left(\frac{2\pi}{m_N T} \right)^{3/2} \exp\left[\frac{B_d}{T}\right]$$

$$X_d = \frac{n_d}{n_B} = \frac{n_p}{n_B} \frac{n_n}{n_B} n_B \frac{g_d}{g_p g_n} 2^{3/2} \left(\frac{2\pi}{m_N T} \right)^{3/2} \exp\left[\frac{B_d}{T}\right]$$

$$X_p = \frac{n_p}{n_B} \quad X_n = \frac{n_n}{n_B} \quad \eta = \frac{n_B}{n_\gamma}$$

$$X_d = X_p X_n \eta n_\gamma \frac{g_d}{g_p g_n} 2^{3/2} \left(\frac{2\pi}{m_N T} \right)^{3/2} \exp\left[\frac{B_d}{T}\right]$$

Sintesi del deuterio (3)

$$X_d = X_p X_n \eta n_\gamma \frac{g_d}{g_p g_n} 2^{3/2} \left(\frac{2\pi}{m_N T} \right)^{3/2} \exp\left[\frac{B_d}{T} \right]$$

$$n_\gamma \approx \frac{1}{4} T^3 \quad g_p = g_n = 2 \quad g_d = 3$$

$$\Rightarrow X_d \approx 8 X_p X_n \eta \left(\frac{T}{m_N} \right)^{3/2} \exp\left[\frac{B_d}{T} \right]$$

Stima della temperatura della sintesi del deuterio

$$X_d \approx X_p \approx X_n \approx 1 \quad \Rightarrow \quad T_d \approx \frac{B_d}{-\ln \eta - \frac{3}{2} \ln\left(\frac{T_d}{m_N} \right)}$$

Procedendo per approssimazioni successive si trova una temperatura intorno a 0.07 MeV

Sintesi dell'elio-4

Una volta formatosi il deuterio in quantità ragionevoli, inizia la sintesi degli altri elementi leggeri che non è ostacolata dai fotoni perché le loro energie di legame sono maggiori di quella del deuterio (E' la difficoltà di sintetizzare il deuterio che limita la formazione degli altri elementi – “deuterium bottleneck”)

Tempo di innesco della nucleosintesi (BBN)

$$T_d \approx 0.07 \text{ MeV} \quad \Rightarrow \quad t_{BBN} \approx \left(\frac{1 \text{ MeV}}{T_d} \right)^2 s \approx 3 \text{ min}$$

Lo stato più fortemente legato fra gli elementi leggeri è l'elio-4^d (nucleo doppiamente magico). Posso considerare che tutti i neutroni sopravvissuti al tempo di inizio della BBN vadano a sintetizzare l'elio-4

$$Y(^4\text{He}) = \frac{2n_n}{n_p + n_n}(t_{BBN}) = 2X_n(t_{BBN}) \approx 0.25$$

IMPORTANTE: La BBN è responsabile della maggior parte dell'elio-4 del nostro Universo – I processi stellari non sono in grado di spiegare una abbondanza in massa di elio-4 superiore all'1-2%

Ostacolo alla sintesi di elementi più pesanti

Dato che non esistono elementi stabili con numero di massa atomica fra $A = 5$ ed $A = 8$ non è possibile produrre elementi pesanti durante la BBN

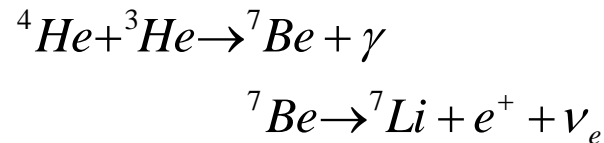
Il berillio-8 è instabile



L'elio-5 ha una vita media brevissima



L'elio-3 è poco abbondante per cui non è possibile produrre sufficiente litio-7 e quindi elementi ancora più pesanti



**SEZIONE 4:
CONFRONTO CON DATI
SPERIMENTALI E CON
LA CMB**

Abbondanze degli elementi

La Standard BBN (SBBN) ha un unico parametro libero, il rapporto fra numero di barioni e numero di fotoni η (il valore non cambia con il tempo).

Le abbondanze degli elementi leggeri possono essere ottenuti solo con calcoli numerici dettagliati. Le previsioni teoriche sono:

Abbondanza in massa dell'elio-4: $Y(^4\text{He}) \approx 0.25$

Abbondanza in numero del deuterio: $X(\text{d}) \approx 10^{-5} - 10^{-4}$

Abbondanza in numero dell'elio-3: $X(^3\text{He}) \approx 10^{-5} - 10^{-4}$

Abbondanza in numero del litio-7: $X(^7\text{Li}) \approx 10^{-10} - 10^{-9}$

Per quanto riguarda le osservazioni sperimentali, dopo la fine della BBN il deuterio viene bruciato nei processi stellari. Siccome non c'è un meccanismo di produzione associato, le misure della sua abbondanza devono essere prese come un limite inferiore dell'abbondanza primordiale. Per ricavare l'abbondanza primordiale si cerca di osservare sistemi con bassa attività stellare (a bassa metallicità) come alcuni quasar dove si dovrebbe osservare un plateau. I dati indicano a 1σ :

$(X(\text{d}) = (2.8 \pm 0.3) 10^{-5}$ (In ottimo accordo con WMAP)

Le misure dell'abbondanza di elio-3 e litio-7 primordiale sono ritenute non attendibili a causa dei processi di distruzione e sintesi in cui questi elementi sono coinvolti.

Produzione di elio 4 - da cosa dipende

Qualitativamente è possibile capire la dipendenza della produzione di $Y(^4\text{He})$ da alcuni parametri:

1- Un η più grande porta ad una sintesi del deuterio a temperature più alte e quindi viene ridotto il tempo fra il freeze-out delle interazioni protoni-neutroni e la formazione di nuclei (momento in cui i neutroni diventano stabili). Decadono meno neutroni e si forma più elio-4 (La dipendenza è comunque debole, di tipo logaritmico)

2- Un g_* più grande (per esempio dovuto 4 famiglie leptoniche) aumenta la temperatura di freeze-out delle interazioni protoni-neutroni e quindi anche in questo caso viene ridotto il tempo in cui i neutroni sono liberi ed instabili. Quindi si forma più elio-4.

3- Asimmetria leptonica $\xi = \mu/T$ da cui la BBN pone il vincolo sull'asimmetria leptonica: $|\xi_{\nu_e}| < 0.1$.

4- La vita media del neutrone (885.7 ± 0.8) s, che entra nel decadimento della particella e nella sua dipendenza dalla costante di Fermi G , che a sua volta influenza la rate delle interazioni deboli (slides 25-26).

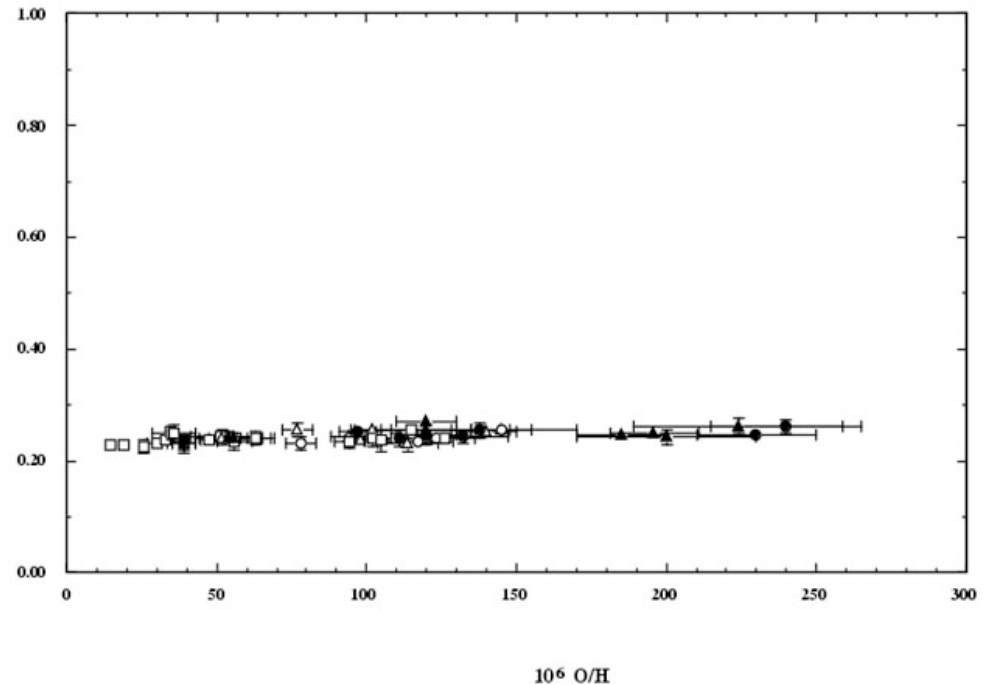
L'elio 4 - misure sperimentali

Contrariamente a quanto avviene per il deuterio, l'abbondanza di elio 4 aumenta nel corso dell'evoluzione dell'universo grazie ai processi stellari. Ancora una volta è quindi necessario sondare regioni "giovani" dell'universo, in particolare nubi di idrogeno ionizzato a bassa metallicità.

In figura l'abbondanza di elio è raffigurata in funzione di quella di ossigeno, considerato un indicatore della metallicità.

Come si vede dalla figura, si ha un'incertezza statistica piuttosto bassa. Le stime sull'abbondanza di elio primordiale concordano sul valore

$$Y_{\text{He}} = 0.249 \pm 0.009$$



Consistenza del modello

Consideriamo la fisica del modello standard, quindi ignoriamo la possibile esistenza di extra particelle, di asimmetrie leptoniche etc. La nucleosintesi primordiale dipende in questo caso da un solo parametro libero, ovvero il numero di barioni su fotoni η . Quindi ogni misura di elementi primordiali ne vincola il valore. Se il modello è corretto chiaramente questi vincoli su η devono essere consistenti tra di loro. I dati presi nella modalità più conservativa sono compatibili tra di loro e indicano il valore

$$4.7 \leq \eta_{10} \leq 6.5 \text{ (95\% C.L.)}$$

N.B. Abbiamo utilizzato a un'età dell'universo di circa 1s della microfisica "standard" e abbiamo ottenuto dei risultati compatibili per valori che variano su ben 9 ordini di grandezza!!!

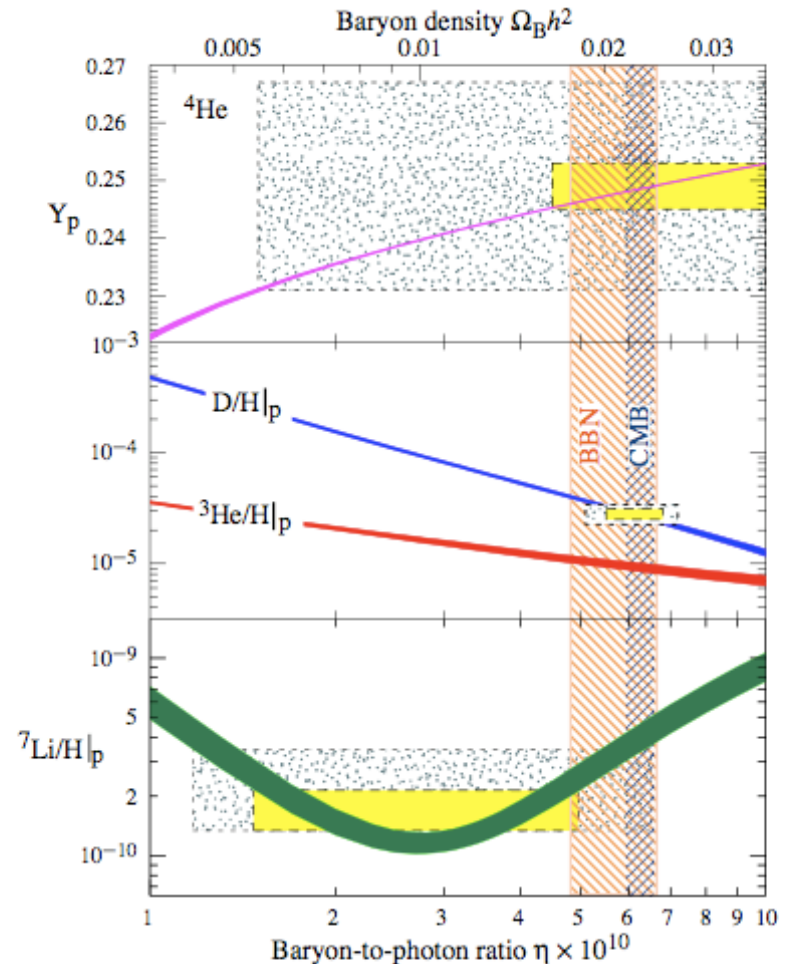
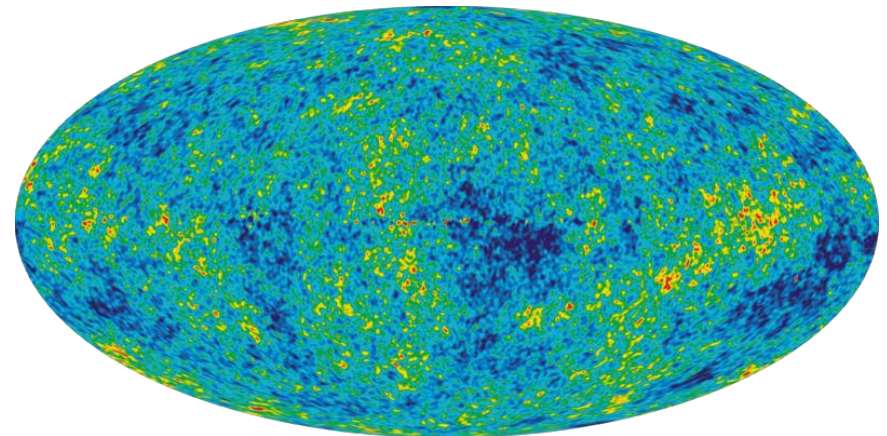
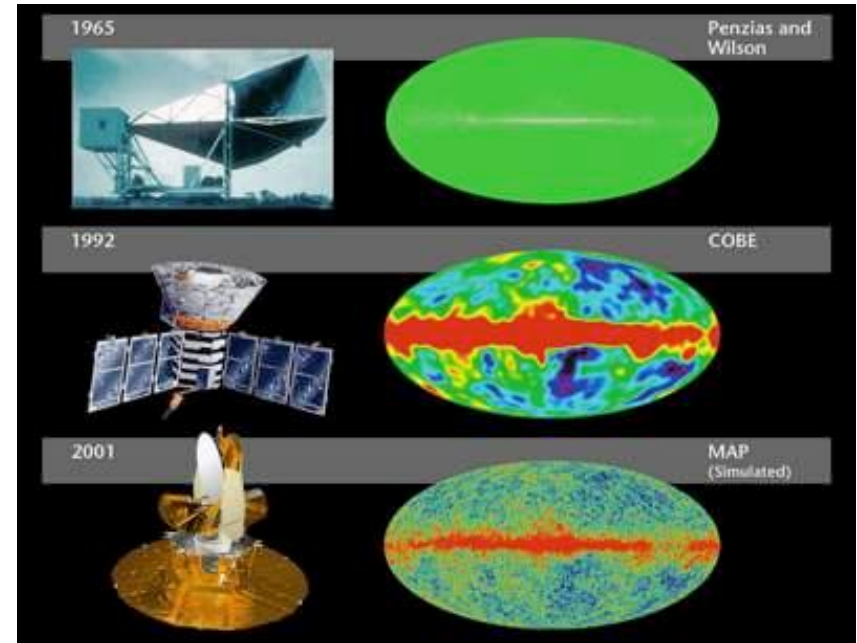


Figure 20.1: The abundances of ${}^4\text{He}$, D, ${}^3\text{He}$, and ${}^7\text{Li}$ as predicted by the standard model of big-bang nucleosynthesis — the bands show the 95% CL range. Boxes indicate the observed light element abundances (smaller boxes: $\pm 2\sigma$ statistical errors; larger boxes: $\pm 2\sigma$ statistical and systematic errors). The narrow vertical band indicates the CMB measure of the cosmic baryon density, while the wider band indicates the BBN concordance range (both at 95% CL).

La radiazione cosmica di fondo 1

Come previsto dal modello cosmologico standard, l'universo è permeato da un fondo di fotoni (radiazione cosmica di fondo o CMB) che hanno oggi uno spettro di corpo nero con una temperatura di circa 2.725 Kelvin. Questa radiazione non è perfettamente omogenea, ci sono delle variazioni di temperatura tra diversi punti del cielo (fluttuazioni) con dimensione relativa circa 10^{-5} . Le fluttuazioni sono state misurate in particolare da due satelliti lanciati dalla NASA: il Cosmic Background Explorer (COBE, 1989-1996) e il Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP, 2001-oggi). N.B. Ad aprile dovrebbe partire Planck, il satellite europeo!



La radiazione cosmica di fondo 2

In seguito alla BBN l'universo contiene nuclei atomici perfettamente ionizzati. Questo perché la temperatura dei fotoni è così alta che gli atomi vengono fotodissociati. Quando l'universo ha circa 400.000 anni, la temperatura scende al di sotto dei 3000 K (2.7° C) e si formano gli atomi. Questa fase va sotto il nome di “disaccoppiamento radiazione-materia”. In seguito i fotoni propagano liberamente e la loro energia viene “diluita” per effetto dell'espansione cosmica.

IMPORTANTE: le caratteristiche della CMB sono fissate al momento del disaccoppiamento, ovvero 10^5 anni dopo la BBN!

La misura delle fluttuazioni della CMB permette la stima del rapporto barioni su fotoni η . Secondo il modello cosmologico standard il valore di η alla BBN e al disaccoppiamento radiazione-materia dovrebbe coincidere. I risultati di WMAP danno $\eta_{10} = 6.11 \pm 0.19$, in perfetto accordo con la BBN e con le misure di deuterio ed elio-4.

Nota: il litio potrebbe dare indicazioni di fisica oltre il MS o soffrire delle incertezze nel campo dell'astrofisica stellare. La seconda ipotesi è considerata la più attendibile.

Densità di energia barionica (1)

Densità numerica dei fotoni oggi (CMBR): $n_\gamma(t_0)$ circa 400 cm^{-3}

Densità numerica di barioni oggi: $n_B(t_0) \approx \eta n_\gamma(t_0)$

Densità critica dell'Universo (Universo con $k = 0$)

$$H_0^2 = \frac{8\pi G_N}{3} \rho_{CRIT}(t_0) \quad \Rightarrow \quad \rho_{CRIT}(t_0) = \frac{3H_0^2}{8\pi G_N}$$

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_i}{\rho_{CRIT}}$$

$$\rho_B(t_0) = m_N n_B(t_0) = m_N \eta n_\gamma(t_0) \quad \Rightarrow \quad \Omega_B(t_0) = \frac{\rho_B}{\rho_{CRIT}}(t_0) = \frac{m_N \eta n_\gamma(t_0)}{\frac{3H_0^2}{8\pi G_N}}$$

$$H_0 = 100h_0 \frac{\text{km}}{\text{s} \cdot \text{Mpc}} \quad \Rightarrow \quad \Omega_B(t_0) h_0^2 = \frac{m_N \eta n_\gamma(t_0)}{\frac{30000 \left(\frac{\text{km}}{\text{s} \cdot \text{Mpc}} \right)^2}{8\pi G_N}}$$

Densità di energia barionica (2)

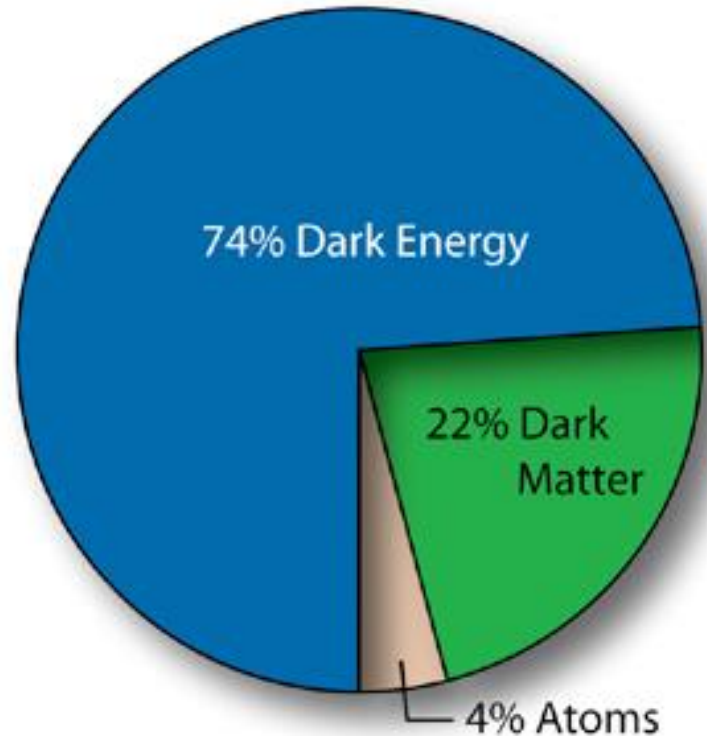
Abbiamo visto come le misure di abbondanze di elementi primordiali e la BBN siano consistenti con il range di valori $4.7 \leq \eta_{10} \leq 6.5$.

Da qui si deduce che la densità di energia barionica dell'universo è $\Omega_B \approx 0.04$.

Se si uniscono i risultati delle supernovae (SNe Ia), quelli dell'anisotropia della radiazione cosmica di fondo (CMBR) e quelli sulla formazione delle strutture a grande scala si trova chiaramente il risultato $\Omega_{MAT} \approx 0.3$

Quindi la maggior parte della materia massiva che è presente nell'Universo è di natura non barionica ed a noi completamente sconosciuta (Problema della materia oscura (DM))

Attuali miglior candidati alla DM: particelle supersimmetriche massive, debolmente interagenti ed elettricamente neutre (Neutralini)



SOMMARIO 1

1. A partire dalla teoria della relatività generale e dal modello standard delle particelle elementari è possibile costruire il modello della nucleosintesi primordiale, avvenuta quando l'universo aveva pochi minuti.
2. Durante la BBN vengono prodotti i nuclidi leggeri (fino al Li) con abbondanze molto eterogenee (da 0.25 a 10^{-10}).
3. La BBN (in particolare l'abbondanza di ^4He) è influenzata dal contenuto di energia dell'universo, che all'epoca è dominato dalla componente relativistica. Da qui si possono mettere forti vincoli su eventuale fisica oltre il MS.
4. La BBN è influenzata dal rapporto barioni su fotoni η , che cambia la produzione di diversi elementi (D, He, Li).
5. Le abbondanze di questi elementi si possono misurare nelle zone "giovani" dell'universo. Dipendono tutte da η e indicano valori di questo parametro in buon accordo tra di loro.

SOMMARIO 2

6. Lo stesso η si può misurare dalla radiazione cosmica di fondo, le cui caratteristiche “descrivono” l’universo a circa 500.000 anni; i valori di η ricavati da deuterio ed elio-4 primordiali e dalla CMB sono compatibili.
7. Il litio, che sembrerebbe indicare un η più basso risente delle incertezze sui modelli stellari.
8. Ci sono delle problematiche aperte, ad es. indicazioni di $\Omega_{\text{tot}} = 1$, da cui devono esistere materia ed energia oscura, la cui natura ci è ignota.
9. Un altro problema ancora non risolto è l’origine della asimmetria barionica e delle fluttuazioni.

CONCLUSIONI:

- Abbiamo una buona comprensione di come sia avvenuta la BBN.
- Possiamo effettuare misure sperimentali e porre forti vincoli sulla fisica oltre il MS.
- Tutto questo riguarda il 4% del nostro universo.
- Tutto il resto ci è totalmente ignoto!

